

**УДК 336.767: 519.865**

**А.В. Смирнов, асп.**

*Учебно-научный комплекс "Институт прикладного системного анализа", НТУУ «КПИ»,  
м.Київ*

## **Система оптимизации инвестиционного портфеля в условиях неопределенности и неполноты информации**

В данной статье рассматриваются основные аспекты необходимые для оптимизации инвестиционного портфеля. Построен полный алгоритм: от выбора факторов влияющих на курс ценных бумаг до выбора лучшего оптимального портфеля среди множества кластеров, включая прогноз доходности ценных бумаг с помощью нечеткого метода группового учета аргументов и позволяющая аналитику сделать правильный выбор во вложении средств в условиях неопределенности и неполноты информации.

**инвестиционный портфель, доходность, кластер, ценная бумага, нечёткий метод группового учета аргументов**

Последнее время в Украине всё шире распространяется инвестиционный менеджмент, позволяющий управлять инвестиционной деятельностью хозяйствующего субъекта в целях обеспечения наиболее эффективных путей реализации инвестиционной стратегии фирмы на отдельных этапах ее развития. В связи с этим, возникло множество компаний, дающих возможность как юридическому, так и физическому лицу, выйти на торги на международный валютный либо же на инвестиционный рынок. Что бы стать участником данных торгов больших усилий не требуется. Компании сами заинтересованы в наборе квалифицированных аналитиков,

---

© А.В.Смирнов, 2012

для чего проводят специальные обучающие тренинги, а также предоставляется возможность пользоваться своим программным ресурсом, который помогает аналитику в решении вопросов по составлению портфелей.

Большинство всех продуктов опираются на старый добрый метод Марковица[1], к примеру программа SmartFolio, разработанная Modern Investment Technologies [8]. Хотя программа и базируется на непрерывно временной теории портфеля, но методы для оценки параметров статистические и в условия неопределенности и не полноты информации являются не очень надежными.

Существуют также продукты, которые отошли от статистических моделей, к примеру, программа «Системы оптимизации фондового портфеля», разработанная компанией Siemens Business Services Russia под руководством д.э.н. Недосекина А.О.[2]. В своих работах он применил нечетко множественные методы для построения оптимального портфеля в условиях неопределенности[3]. Эти же методы были применены в программе, однако отсутствие модуля прогноза курса акций, а также выбора из нескольких оптимальных портфелей одного, делает программу не полной, чтобы можно было скординировать и помочь аналитику в принятии оптимального решения.

Перед аналитиком стоит предельно непростой вопрос о выборе оптимального портфеля, того, в который стоит вложить ограниченный денежный ресурс, для получения оптимальной прибыли и при этом чтобы риск был минимален. В связи с этим можно расписать основные подпункты, которые необходимо покрыть системой оптимизации инвестиционного портфеля, для того чтобы аналитик смог сделать правильный выбор:

- 1) Определение предметной области (фондовый рынок, рынок драгоценных и редко-земельных металлов, межбанковский валютный рынок и т.д.).
- 2) Определение основных факторов влияющих на курс ценных бумаг величину их

влияния.

3) Кластеризация ценных бумаг, по влиянию друг на друга для дальнейшего построения портфеля на определенном кластере.

4) Прогноз тенденций курса ценных бумаг с помощью нечеткого метода группового учета аргументов.

5) Построение оптимальных портфелей на каждом кластере в условиях неопределенности нечетко-множественными методами.

6) Выбор оптимального портфеля среди всех кластеров, методом выбора альтернатив на основе нечеткого отношения предпочтений либо методом анализа иерархий.

Построение системы оптимизации инвестиционного портфеля, которая покрыла бы все выше перечисленные пункты и помогла бы лицу, принимающему решение в выборе оптимального портфеля, является ключевой целью моей работы.

Рассмотрим рынок ценных бумаг фондовой биржи NASDAQ[9] (National Association of Securities Dealers Automated Quotation). На начальном этапе у аналитика есть априорная информация по котировке курса акций 10 корпораций(Apple, Intel Corp, IBM, Cisco, Google, Microsoft, YAHOO, XEROX, Lexmark International, Computer Sciences Corp.), за последние 2 месяца 01.07.2012 по 31.08.2012, а также величины индекса Nasdaq Composite. Доходность ценной бумаги рассматривается как нечеткое число с функцией принадлежности Гаусса (оптимальный уровень  $\alpha=0.9$ ), описываемое интервалами  $r = (r_{\min}; \bar{r}; r_{\max})$ .

Разбиение на кластеры проводилось методом  $\alpha$  - квазиэквивалентности, алгоритм и детали кластеризации рассмотрены в научной работе и опубликовано в статье [4], в результате чего существующее множество ценных бумаг было разделено на более детальные кластеры. В первый кластер попали акции GOG, XER, INT, CSC, LEX, а во второй APL, CSO, IBM, YAH, в третий 1 ценная бумага MIC.

На следующем этапе проводится прогноз доходности курса акций нечетким методом группового учета аргумента (НМГУА). Детальное описание алгоритма и принцип применения его на прогнозировании доходности ценных бумаг описано в работах Зайченко Ю.П. и Есфандиярфарда М. [5]. Входными данными являлись цены 9-ти корпораций (с 01.07.2012 по 31.08.2012), попадающие в 2 кластера, также на входе модели подавалась величина индекса Nasdaq Composite. Перед подачей, входные данные нормировались. В качестве частичного описания была выбрана квадратичная функция вида:

$$f(x_i, x_j) = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j + A_3 x_i x_j + A_4 x_i^2 + A_5 x_j^2, \quad (1)$$

где  $A_i$ - нечеткие числа с функцией принадлежности (ФП) Гаусса и описываемые тройкой параметров  $(A_i; a_i; \bar{A}_i)$ , где  $a_i$ - центр интервала  $A_i$ -нижняя граница,  $\bar{A}_i$  - его верхняя граница.

Значения критерия для данного эксперимента составили среднеквадратичное отклонение СКО = 0,05754, что говорит о целесообразности использовании НМГУА для прогнозирования доходности ценных бумаг.

Получив прогноз доходности ценных бумаг (табл.1 – табл.2) переходим на следующий этап построения оптимальных портфелей на каждом кластере.

Таблица 1 – Ожидаемая доходность ценных бумаг 1-го кластера

GOG			XER			INT			CSC			LEX		
$r_{\min}$	$\bar{r}$	$r_{\max}$												
-0,8	0,54	1,2	-1,35	0,32	0,87	-0,95	0,45	0,7	-1,14	0,5	0,89	-1,25	0,44	0,76

Таблица 2 – Ожидаемая доходность ценных бумаг 2-го кластера

APL			CSO			IBM			YAH		
$r_{\min}$	$\bar{r}$	$r_{\max}$									
-1,1	0,67	1,6	-1,12	0,95	0,58	-0,8	0,157	1,7	-1,1	0,14	1,05

Оптимизация портфеля, сводится к решению задачи нелинейного программирования:

$$\{x_{opt}\} = \{x | -r + \beta \rightarrow \min, \quad 0 < \beta < 1\} \quad (2)$$

где  $r$  - доходность портфеля:

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i}), \quad (3)$$

а  $\beta$  - риск портфеля, для ФП Гаусса определяется по формуле:

$$\beta = \begin{cases} 0, \text{ при } r^* < r_{\min} \\ \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_0) + \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} R \left( \Phi(R) + \Phi \left( \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha_0}} \right) \right), \quad \text{при } r_{\min} < r^* < \tilde{r} \\ 1 - \left( \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_0) - \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} R \left( \Phi(R) - \Phi \left( \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha_0}} \right) \right) \right), \quad \text{при } \tilde{r} < r^* < r_{\max} \\ 1, \quad \text{при } r^* > r_{\max} \end{cases}, \quad (4)$$

$$\text{где } \alpha_1 = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{(r^* - \tilde{r})^2}{(r_{\max} - r_{\min})^2} \\ 0, \quad \text{при } r^* < r_{\min} \text{ и } r^* > r_{\max} \\ 1, \quad \text{при } \tilde{r} = r^* \end{cases}, \quad (5)$$

$\Phi(x)$  –функция Лапласа в точке  $x$ :

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad (6)$$

$$\text{а } R \text{ равно: } R = \frac{(r^* - \tilde{r})}{(r_{\max} - r_{\min})}, \quad (7)$$

Применение иных ФП для оптимизации портфелей рассмотрены в научной статье [6]. В результате полученные оптимальные портфели отображены в таблицах 3-4.

Таблица 3 – Оптимальный портфель на 1-ом кластере

GOG	INT	Доход. портфеля %	Нижн. граница	Верх. граница	Риск
0,8473	0,1527	0,5263	- 0,8229	1,12365	0,15

Таблица 4 – Оптимальный портфель на 2-ом кластере

Apple	IBM	Доход. портфеля %	Нижн. граница	Верх. граница	Риск
0,9263	0,0737	0,6317	-1,0779	1,5632	0,17

На заключительном этапе оптимизации выбирается лучший из лучших. Выбор метода предоставляется аналитику. Либо выбрать лучший портфель методом выбора альтернатив на основе нечеткого отношений предпочтений либо методом анализа иерархий. Несмотря на более сложную структуру, метод анализа иерархий имеет более

взвешенную оценку при выборе лучшей альтернативы, ведь взвешиваются не только критерии оценки, но и параметры в данных критериях.

Детально сравнительный анализ метода выбора альтернатив на основе нечёткого отношения предпочтений с методом анализа иерархий проведен в статье [7]. Для определения в конечном итоге оптимального кластера, критерии определялись по доходности, риску и цене портфеля. Обобщенные приоритеты для нашего примера получились  $G_A=0,38$ ;  $G_B= 0,62$ . Таким образом получаем, что выбор кластера В предпочтительнее нежели выбор кластера А.

В результате всех этапов лицо, принимающее решение, подавая на вход программы исторические данные по котировке курса акций и индексов, получает множество оптимальных портфелей на разбитых кластерах с их доходностью и риском. А также получает лучшую альтернативу, среди всех портфелей, на основе поставленных критерии оценки и шкалы относительной важности. Система покрывает все необходимые задачи оптимизации инвестиционного портфеля, разделение на кластеры, прогнозирования доходности, оптимизации инвестиционного портфеля и определения лучшей альтернативы на множестве полученных кластеров.

В дальнейших исследованиях, желательно автоматизировать подбор факторов влияющих на курс ценных бумаг, составлять их прогноз, а также провести анализ влияния этих факторов на составляющие инвестиционного портфеля, а также улучшение модели прогнозирования (уменьшение СКО) и выход на меньший риск портфелей.

## Список литературы

1. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции. М.:Инфра-М,1997.
2. Недосекин А.О. Система оптимизации фондового портфеля от Сименс Бизнес Сервис // Банковскиетехнологии. – 2003.
3. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. С.-П., 2002.
4. Смирнов А.В. Разбиение ценных бумаг на группы с одинаковыми признаками методами  $\alpha$ -квазиэквивалентности, а также нечетких  $k$ -средних. Проблеми підвищення ефективності інфраструктури. Збірник наукових праць: Випуск 27.- Київ: НАУ, 2010.– С. 87 – 94.
5. Зайченко Ю.П, Есфандиярфард М. Оптимизация инвестиционного портфеля в условиях неопределенности на основе прогнозирования, Book 3 Decision Making and Business Intelligence Strategies and Techniques , Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA 2008.- С.151-156.
6. Смирнов А.В. Використання математичних методів для керування інвестиційним портфелем з урахуванням різних економічних ситуацій. Науковий вісник. –Одеський державний економічний університет. Всеукраїнська асоціація молодих науковців.-Науки: економіка, політологія, історія.- 2009.-№ 17(95).-С.8-25.
7. Смирнов А.В. Сравнительный анализ метода выбора альтернатив на основе нечеткого отношения предпочтений с методом анализа иерархий на примере выбора оптимального инвестиционного портфеля. Наукові праці Кіровоградського національного технічного університету. Економічні науки. Вип..21.- Кіровоград: КНТУ, 2012.- С.320-327.
8. Официальный сайт Modern Investment Technologies <http://www.smartfolio.com/>.
9. Курсы акций и индексов <http://www.google.com/finance?ei=2b9oUMjfAuP1wAOvngE>.

*A. Смирнов*

**Система оптимізації інвестиційного портфеля в умовах невизначеності та неповноти інформації**

У даній статті наведені основні аспекти, необхідні для оптимізації інвестиційного портфелю. Побудовано повний алгоритм оптимізації: від вибору факторів, які впливають на курс цінних паперів, до вибору кращого оптимального портфелю серед множини кластерів, враховуючи прогноз цінних паперів нечітким методом групового урахування аргументів і який дає можливість аналітику зробити вірний вибір, щодо вкладу коштів в умовах невизначеності та неповноти інформації.

*A. Smirnov*

## **System investment portfolio optimization under uncertainty and incompleteness**

This article describes the main aspects needed to optimize the investment portfolio. Construct a complete algorithm: the choice of the factors affecting the rate of securities to select the best optimal portfolio among multiple clusters, including forecast earnings yields by fuzzy group method of data handling and allows analysts to make the right choice in investing in an uncertain and incomplete information.

Одержано 04.10.12