

Вероятностная модель накопления трибоповреждений

Построена вероятностная модель накопления трибоповреждений. Для описания процесса накопления повреждений использована термокинетическая теория разрушения и математический аппарат цепей Маркова. Используя вероятностно-физический подход, предложено способ определения параметров разработанной модели.

трибоповреждения, модель, термокинетическая теория, вероятность, цепи Маркова

Введение. Разработка и совершенствование расчетных методов – необходимое условие для управления показателями надежности машины на стадии проектирования.

Основные трудности при разработке методов прогнозирования износа узлов трения, обусловлены наличием различных по своей природе процессов, протекающих на поверхностях трения, и влиянием на эти процессы значительного количества взаимосвязанных факторов. Недостаточная изученность физико-химических процессов, протекающих на поверхностях трибоконтактного взаимодействия, вероятностный характер процессов трения и изнашивания, случайный характер параметров внешнего воздействия осложняет разработку методов расчета износа и прогнозирования ресурса узлов трения.

При разработке методов расчета износа, необходимо учитывать, что изнашивание является специфическим видом разрушения, отличающимся от объемного разрушения материала многократностью элементарных актов разрушения.

Моделирование изнашивания необходимо рассматривать на двух масштабных уровнях: макроуровень, определяющий кинетику изменения макроформы тел при изнашивании, и микроуровень, описывающий каждый элементарный акт отщепления частицы от поверхности. Анализ процессов, протекающих на микроуровне, позволяет разработать модель изнашивания пары трения на макроуровне.

Наиболее сложным и трудоемким процессом в моделировании процессов изнашивания является анализ механизма изнашивания, который базируется на изучении процессов накопления повреждений в зоне трибоконтактного взаимодействия.

Циклическое нагружение поверхности, имеющее место при относительных перемещениях элементов узлов трения, порождает в контактном слое неоднородное поле внутренних напряжений, что является причиной накопления в этом слое трибоповреждений.

При разработке методов прогнозирования износа необходимо учитывать тот факт, что процессы накопления трибоповреждений являются эволюционными,

© Р.В. Сорокатый, М.А. Дыха, 2011

нестационарными случайными процессами и должны базироваться на описании феноменологических процессов деградации [1].

Целью данной работы является построение вероятностной модели накопления трибоповреждений.

Построение модели. Трибоповреждения относятся к классу кумулятивных повреждений, где под кумулятивным повреждением понимают необратимое накопление повреждений при циклических воздействиях [1]. На основе теоретической

обработки огромнейшего экспериментального материала в работе [1] показано, что вероятностные модели феноменологических процессов накопления повреждений, построенные на основе макровских случайных процессов с дискретным временем и состояниями, описывают процессы кумулятивного накопления повреждений с высокой степенью адекватности.

Построение адекватных аналитических моделей и решение сопряженных задач для определения характеристик полей напряжений и температур в реальных узлах трения, является весьма сложной задачей и в большинстве случаев не представляется возможным. Поэтому, при их определении прибегают к численным методам компьютерного моделирования. В свою очередь, методы компьютерного моделирования, предполагают пространственно-временную дискретизацию расчетных моделей.

Используя модель удара [2], представим процесс накопления трибоповреждений в дискретной форме. Для этого введем следующие допущения.

1. Процесс эксплуатации изделия состоит из повторяющихся циклов нагружения (ЦН). Цикл нагружения — это повторяющийся период функционирования изделия, в течение которого могут накапливаться повреждения. Циклами нагружения измеряется время, которое в данном случае дискретно.

Допущение, что возникновение повреждений возможно только в период цикла нагружения не приводит к потерям в физике процесса, зато дает преимущества при построении вычислительных алгоритмов.

2. Состояния поврежденности являются дискретными и переходными. Если накопленное количество единичных трибоповреждений в окрестностях точки превысит некоторое пороговое значение, произойдет разрушение.

Допущение о дискретности состояний хорошо согласуется с экспериментальными данными о прерывистом характере развития диссеминированных повреждений в микрообъемах.

3. Накопление повреждений в ЦН зависит только от этого цикла и от состояния повреждения в его начале, а характеристики, определяющие жесткость ЦН, остаются неизменными в пределах данного цикла.

Данное условие постулирует, что повреждения рассматриваются только в начале и в конце ЦН. Модель ничего не говорит о количественных аспектах, того что происходит внутри ЦН. Таким образом, модель является вложенной, так как интерес представляют начало и конец ЦН. Это условие является условием вероятностного процесса Маркова, т.е. накопление повреждений в цикле нагружения зависит только от ЦН и состояния поврежденности в его начале. Каким образом достигнут этот уровень поврежденности — несущественно.

4. Вероятностную характеристику процесса накопления трибоповреждений введем исходя из допущения, что повреждения могут возникать только в период ЦН. Обозначим вероятность того, что в период цикла нагружения повреждения не возникнут через w_{ii} . Тогда, вероятность того, что повреждения возникнут, равна $1 - w_{ii}$, так как события образуют полную группу. Иными словами можно сказать, что система перейдет в следующее состояние поврежденности с вероятностью $1 - w_{ii}$. Если через некоторое количество ЦН концентрация трибоповреждений превысит пороговое значение P_{TP}^* и произойдет разрушение, то система попадет в поглощающее состояние. Вероятность выхода из поглощающего состояния равна 0, а вероятность того, что система будет в нем находиться — 1. Примем, что до момента возникновения повреждений в ЦН реализуется последовательность независимых испытаний, с вероятностью "успеха" в одном испытании $1 - w_{ii}$.

Таким образом, получена модель накопления кумулятивных трибоповреждений, которую можно описать марковским случайным процессом с дискретным временем и

состояниями. Рассматриваемая дискретная модель является вложенной в непрерывный физический процесс накопления кумулятивных повреждений.

Определение параметров модели. Параметры цепи Маркова считаются заданными, если заданы вектор начальных состояний и матрица переходных вероятностей (МПВ).

В большинстве случаев компоненты вектора начальных состояний $\pi_j(t=0)$, определяются из допущения, что в начальный момент времени система не имела повреждений и находилась в первом состоянии:

$$[\pi_j(t=0)] = [1,0,0,\dots,0] \quad (1)$$

В момент времени $t=1$ вероятности нахождения системы в том или ином состоянии определяются как произведение вектора начальных состояний $[\pi_j]$ на матрицу переходных вероятностей $[W_{ij}]$:

$$[\pi_j(t=1)] = [\pi_j(t=0)] \times [W_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \dots, K_c, \quad (2)$$

где $[\pi_j(t=0)]$ – вектор начальных состояний;

$[\pi_j(t=1)]$ – вектор безусловных вероятностей нахождения системы в j -х состояниях ($j = 1, 2, \dots, K_c$) в момент времени $t = 1$;

$[W_{ij}]$ – матрица переходных вероятностей;

K_c – количество состояний системы.

Вероятности состояний системы в момент времени $t > 1$ определяются как произведение вектора безусловных вероятностей $[\pi_j(t-1)]$ в момент времени $(t-1)$ на матрицу переходных вероятностей, задающую поведение системы в момент времени t :

$$[\pi_j(t)] = [\pi_j(t-1)] \times [W_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \dots, K_c. \quad (3)$$

Матрица переходных вероятностей $[W_{ij}]$ считается заданной, если заданы вид и определены компоненты матрицы w_{ij} .

В работе [1] показано, что матрицы переходных вероятностей с единичными скачками вверх и наличием поглощающего состояния, наиболее полно отражают процесс накопления кумулятивных повреждений:

$$[W_{ij}] = \begin{bmatrix} w_{11}(t) & w_{12}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{22}(t) & w_{23}(t) & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & w_{cc}(t) & w_{c(c+1)}(t) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad c = 1, \dots, K_c. \quad (4)$$

Вопрос определения компонентов матрицы переходных вероятностей рассматривался с позиции определения соответствия между параметрами математической модели и физическими характеристиками процесса накопления трибоповреждений.

В большинстве физических подходов к моделированию поврежденности, скорость накопления поврежденности $V_{TP}(x, y, z, t)$ рассматривается как функция

напряжений в данной точке, температуры и других параметров, в зависимости от механизма разрушения, вида материала и т. д.

Для описания процесса накопления поврежденности воспользуемся термокинетической теорией разрушения [3], которая делает возможным исследование совместного влияния напряженного состояния и температурных эффектов на разрушение в явном виде.

Согласно термокинетической теории скорость накопления повреждений задается соотношением [3]:

$$V_{TP}(x, y, z, t) = \frac{dP(x, y, z, t)}{dt} = \frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right), \quad (5)$$

где U – энергия активации;

τ^* , γ – характеристики материала;

k – постоянная Больцмана;

$\sigma(x, y, z, t)$ – характеристика поля напряжений в точке с координатами (x, y, z) в момент времени t ;

$T(x, y, z, t)$ – абсолютная температура в точке с координатами (x, y, z) в момент времени t .

Исходя из физической сущности процесса накопления трибоповреждений, можно считать, что переходы из состояния в состояние происходят под воздействием потока трибоповреждаемости. При реализации события потока происходит переход системы в следующее состояние.

В данном случае, под событием потока трибоповреждаемости понимается изменение концентрации трибоповреждений на некоторую величину P_{TP} . Поток трибоповреждаемости, согласно центральной предельной теореме потоков, будет пуассоновским, а именно обладает свойствами ординарности и отсутствия последействия, что не нарушает основное требование марковского случайного процесса.

Исходя из физического смысла интенсивности потока как среднего числа событий в единицу времени для элементарного участка Δt , примыкающего к t [4], интенсивность потока трибоповреждаемости $\lambda_{TP}(t)$ в момент времени t определится как скорость трибоповреждаемости в момент времени t деленная на величину P_{TP} :

$$\lambda_{TP}(t) = \frac{V_{TP}(x, y, z, t)}{P_{TP}}, \text{ [время}^{-1}\text{]}, \quad (6)$$

где $V_{TP}(x, y, z, t)$ – скорость накопления трибоповреждений в момент времени t , $((\text{объем} \times \text{время})^{-1})$;

P_{TP} – величина, определяемая из условия ординарности потока трибоповреждаемости, (объем^{-1}) .

С учетом выражения (5) можно записать:

$$\lambda_{TP}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}}. \quad (7)$$

Величина P_{TP} определяется из условия, что за один цикл нагружения вероятность возникновения величины концентрации трибоповреждений большей P_{TP} , ничтожно мала.

Таким образом, через функцию скорости накопления трибоповреждений можно определить основную характеристику потока трибоповреждаемости, представляемого в

виде марковской цепи – интенсивность потока повреждаемости $\lambda_{TP}(t)$, определяющую переходы системы из состояния в состояние.

Вероятность перехода $w_{ij}(t)$ марковской цепи из состояния i , в котором она находилась в момент времени t , в состояние j за элементарный промежуток времени Δt , определится из выражения:

$$w_{ij}(t) \approx \lambda_{TP}(t) \cdot \Delta t, \text{ для } i \neq j. \quad (8)$$

С учетом (7) получим:

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}} \cdot \Delta t. \quad (9)$$

Так как $0 \leq w_{ij} \leq 1$, $\lambda_{TP}(t) \cdot \Delta t \leq 1$, т.е. $0 \leq \Delta t \leq 1/\lambda_{TP}$.

Очевидно, что чем меньше Δt , тем точнее будет определяться вероятность перехода системы из состояния в состояние.

Если учесть, что при достижении некоторого порогового значения концентрации трибоповреждений P_{TP}^* происходит разрушение и система попадает в поглощающее состояние, то:

$$P_{TP} = \frac{P_{TP}^*}{K_C - 1}. \quad (10)$$

Тогда (9) примет вид:

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}^*} \cdot \Delta t \cdot (K_C - 1). \quad (11)$$

Таким образом, используя вероятностно-физический подход, получены параметры модели накопления трибоповреждений, описываемой марковским случайным процессом с дискретным временем и состояниями.

Используя характеристики поля напряжений и температур, в рамках данной модели можно воспроизвести различные типы разрушения. Безусловно, для получения адекватных моделей и решения сопряженных задач по определению характеристик полей напряжений $\sigma(x, y, z, t)$ и температур $T(x, y, z, t)$ в реальных узлах трения необходимо прибегнуть к численным методам.

Учитывая особенности процессов изнашивания, материалы и условия функционирования трибосопряжений, в большинстве случаев можно считать, что мгновенное поле напряжений оказывает меньшее влияние на траекторию развития трещины, чем свойства поврежденного материала, а характерное время развития трещины существенно меньше характерного времени накопления поврежденности. В связи с этим принимается, что трещины распространяются мгновенно, а направление их развития в каждой точке определяется направлением минимального убывания накопленной поврежденности. Построив с помощью предложенной вероятностной модели, линии уровня функции накопления трибоповреждений, можно определить наиболее вероятные направления траекторий распространения трещин, оценить тип разрушений и характер процесса изнашивания.

Выводы. В результате проведенных исследований построена вероятностная модель накопления трибоповреждений, основанная на термокинетической теории разрушения. Для построения модели использован математический аппарат цепей

Маркова. Определение параметров модели основано на вероятностно-физическом подходе. Использование представленной модели совместно с численными методами определения характеристик поля напряжений и температур позволит построить замкнутую модель процесса, оценить тип разрушений и характер процесса изнашивания.

Список литературы

1. Богданофф Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданофф, Ф. Козин; пер. с англ. — М. : Мир, 1989. — 344 с.
2. Esary J. D. Shock models and wear processes / J. D. Esary, A.W. Marshall, F. Prochan // Applied Probability. — 1973. — Vol. 4. — P. 627—650.
3. Регель Р.В. Кинетическая природа прочности твёрдых тел / Р. В. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. — М. : Наука, 1974. — 560 с.
4. Венцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров — М. : Наука, 1991. — 384 с.

Р. Сорокатий, М. Духа

Ймовірнісна модель накопичення трибо пошкоджень

Побудовано ймовірнісну модель накопичення трибопошкоджень. Для опису процесу накопичення пошкоджень використано термокінетичну теорію руйнування і математичний апарат ланцюгів Маркова. Використовуючи ймовірнісно-фізичний підхід, запропоновано спосіб визначення параметрів розробленої моделі.

R. Sorokatyi, M. Dykha

The probabilistic model of accumulation of tribodamages

The probabilistic model of accumulation of tribodamages is built. For description of process of accumulation of damages the termo-cinetic theory of destruction and mathematical vehicle of the Markov's chains is used. Taking probabilistic-physical approach, the method of determination of parameters of the developed model is offered.

Одержано 15.03.11