

Диференціальні рівняння руху причіпної збиральної машини

Наведено методику складання диференціальних рівнянь руху причіпної збиральної машини з використанням рівнянь Лангранжа II роду в узагальнених координатах. Отримана кінематична модель руху асиметричної причіпної збиральної машини у вигляді диференціальних рівнянь, яку можна використовувати для аналізу стійкості руху машини.

диференціальні рівняння, збиральна машина, сили, моменти сил, деформації, узагальнені координати

Постановка проблеми. Причіпна збиральна машина обчислюючого типу призначена для збирання обчесаного вороху зернових культур в технологічній лінії стаціонарної технології збирання [1, 2, 4]. Збиральна машина є ланкою збирального агрегату, який включає в себе трактор, збиральну машину і причіп для збирання обчесаного вороху [3]. При роботі збирального агрегату можливо порушення стійкості руху його ланок, що призводить до підвищення втрат зерна необчесаним колосом. Для аналізу стійкості руху потрібно скласти диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння руху всього збирального агрегату приведені в роботах [4, 5]. Але, враховуючи громіздкість отриманих коефіцієнтів, їх аналіз ускладнений, так як в результаті отримуються характеристичні рівняння у вигляді многочлена 15 порядку. Спрощення диференціальних рівнянь руху збирального агрегату шляхом зменшення числа ступенів свободи, та таким чином, зменшення числа узагальнених координат бажаного результату не дало, так як в результаті було отримана також достатньо складна система диференціальних рівнянь, характеристичне рівняння якої має порядок 10 ступені [6, 7]. Тому, на наш погляд найбільш реальним шляхом спрощення аналізу стійкості руху є розгляд кожної ланки окремо (трактора, збиральної машини і причепу-візка). Аналіз стійкості руху трактора, при агрегуванні збиральної машини виконаний в роботі [8]. Тому виникає задача складання диференціальних рівнянь руху збиральної машини.

Аналіз публікацій. Механіко-математичні основи аналізу руху механічних систем запропоновані Лагранжем [9]. Стосовно до умов сільськогосподарського виробництва загальну методику складання диференціальних рівнянь і їх наступному аналізу присвячені роботи П.В. Василенко [10, 11]. Найбільш повно питання динаміки причіпних агрегатів досліджені в роботах Л.В.Гячева [12, 13].

Невирішені проблеми. Загальні питання динаміки сільськогосподарських агрегатів викладені в роботах [10, 11, 12, 13], але динаміка асиметричної причіпної збиральної машини вимагають окремого розглядання.

Постановка завдання. З метою підвищення ефективності функціонування збиральної машини потрібно дослідити стійкість її руху, а це в свою чергу, вимагає складання диференціального рівняння руху.

цьому зв'язок із трактором і причепом їх реакціями. У відносному русі збиральна машина робить плоско-паралельний рух з одним ступенем волі. На збиральну машину діють наступні сили й моменти сил (рис.1):

\bar{T}_{L_1} і \bar{T}_{L_2} - сили пружності шин лівого й правого коліс збиральної машини;

M_{L_1} і M_{L_2} - моменти сил пружності шин лівого й правого коліс збиральної машини;

\bar{S}_{L_1} і \bar{S}_{L_2} - сили опору лівого й правого коліс збиральної машини;

\bar{R}'_{C_1} - реакція зв'язку із трактором;

\bar{R}_{C_2} - реакція зв'язку із причепом-візком для збору обчесаної купи;

\bar{R}_D - головний вектор сил опору очосу.

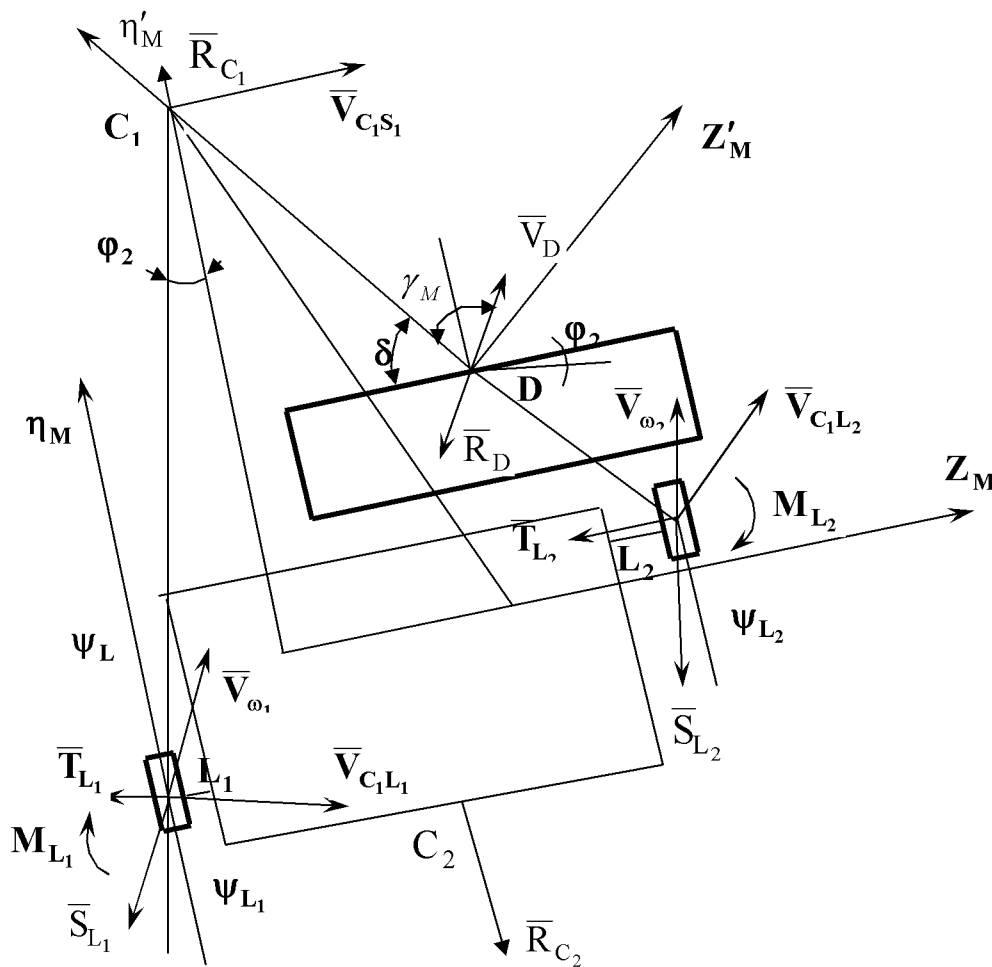


Рисунок 1 - Схема сил і моментів сил, прикладених до їх збиральної машини при заміні зв'язків реакціями

Для складання диференціального рівняння руху збиральної машини використовуємо рівняння Лагранжа II роду в узагальнених координатах [9]. В якості узагальної координати приймаємо кут ϕ_2 (рис.1).

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_2} \right] - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_2} = Q_3. \quad (1)$$

Визначаємо кінетичну енергію збиральної машини:

$$T_{y.m.} = \frac{1}{2} \cdot (I_{C_1} \cdot \dot{\phi}_2)^2, \quad (2)$$

де I_{C_1} - момент інерції збиральної машини щодо вертикальної вісі, що проходить через точку причепа C_1 .

Знаходимо узагальнену силу Q_3 , для чого повернемо збиральну машину на кут $\delta\varphi_2$ і визначимо суму елементарних робіт.

$$\begin{aligned} \sum \delta A_{\varphi_2} = & \delta A_{\varphi_2}(\bar{T}_{L_1}) + \delta A_{\varphi_2}(\bar{T}_{L_2}) + \delta A_{\varphi_2}(\bar{S}_{L_1}) + \delta A_{\varphi_2}(\bar{S}_{L_2}) + \\ & + \delta A_{\varphi_2}(M_{L_1}) + \delta A_{\varphi_2}(M_{L_2}) + \delta A_{\varphi_2}(R_D) + \delta A_{\varphi_2}(\bar{R}_{C_2}), \end{aligned} \quad (3)$$

де $\delta A_{\varphi_2}(\bar{R}_{C_2})$ - елементарна робота сили реакції зв'язку із причепом-візком при повороті збиральної машини на кут $\delta\varphi_2$.

$$\begin{aligned} \sum \delta A_{\varphi_2} = & -T_L \cdot \ell \cdot \delta\varphi_2 - T_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - 2M_L \cdot \delta\varphi_2 - S_L \cdot \ell \cdot \psi_L \cdot \delta\varphi_2 - \\ & - S_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \cdot \psi_L \cdot \delta\varphi_2 - S_L \cdot (p + \ell \cdot \delta\varphi_2) \cdot \delta\varphi_2 - R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M \cdot \delta\varphi_2 + \\ & + R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n \cdot \delta\varphi_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Так як кут γ_M (рис.1) малий в першому наближенні приймаємо $\sin \gamma_M = \gamma_M$.

Розділимо почленно вираз (4) на $\delta\varphi_2$ й одержимо значення узагальненої сили Q_2 .

$$\begin{aligned} \sum \delta A_{\varphi_2} = & -T_L \cdot \ell - T_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - 2M_L - S_L \cdot \ell \cdot \psi_L - S_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \cdot \psi_L - \\ & - S_L \cdot (p + \ell \cdot \delta\varphi_2) - R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M + R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n. \end{aligned} \quad (5)$$

Для складання диференціального рівняння (1) необхідно знайти частинні похідні від кінетичної енергії збиральної машини по узагальнених координатах і по узагальнених швидкостях.

Знаходимо приватну похідну від кінетичної енергії збиральної машини по узагальненій координаті:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0. \quad (6)$$

Визначаємо приватну похідну від кінетичної енергії по узагальненій швидкості:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = I_{C_1} \cdot \dot{\varphi}_2. \quad (7)$$

Диференціюємо за часом вираз (7)

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right] = I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2. \quad (8)$$

Підставляємо вираз (8), (6) і (5) у рівняння (1)

$$\begin{aligned} I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 = & -T_L \cdot \ell - T_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - 2M_L - S_L \cdot \ell \cdot \psi_L - S_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \cdot \psi_L - \\ & - R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M - R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n. \end{aligned} \quad (9)$$

Використовуючи вираз для визначення деформацій, кутів закручування, а також моментів сил деформацій, рівняння (9) можна представити у вигляді:

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 = -C_L \cdot \ell \cdot \Delta_L - C_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \cdot \Delta_L - 2 \cdot k_L \cdot f_L \cdot \Delta_L - S_L \cdot \ell \cdot k_L \cdot \Delta_L -$$

$$- S_L \cdot \ell \cdot k_L \cdot \Delta_L \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M - R_{C_2} \cdot \phi_2 \cdot n. \quad (10)$$

Перетворимо отримане рівняння (10)

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 = \Delta_L \left(-C_L \cdot \ell - C_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - 2 \cdot k_L \cdot f_L - S_L \cdot \ell \cdot k_L - \right.$$

$$\left. - S_L \cdot \ell \cdot k_L \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \right) - R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M - R_{C_2} \cdot \phi_2 \cdot n. \quad (11)$$

Введемо позначення:

$$L = -C_L \cdot \ell - C_L \cdot \ell \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} - 2 \cdot k_L \cdot f_L - S_L \cdot \ell \cdot k_L - S_L \cdot \ell \cdot k_L \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\ell^2}} \quad (12)$$

В результаті одержимо:

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 + R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M + R_{C_2} \cdot \phi_2 \cdot n = \Delta_L \cdot L \quad (13)$$

Вирішимо отримане рівняння (13) відносно Δ_L :

$$\Delta_L = \frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 + R_D \cdot C_R \cdot \gamma_M + R_{C_2} \cdot \phi_2 \cdot n}{L}, \quad (14)$$

де γ_M - кут між вектором швидкості точки D (центра опору обчислюючих барабанів збиральної машини) і віссю $\eta'_M D$. Докладно методика визначення кута γ_M приведена в роботі [14].

Використовуючи отриманий в роботі [14] вираз для визначення γ_M , в результаті отримаємо:

$$\Delta_L = \frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \phi_2 + \dot{\phi}_2 \cdot C_R) + R_{C_2} \cdot \phi_2 \cdot n}{L}. \quad (15)$$

Продиференціюємо за часом вираз (15)

$$\frac{d\Delta_L}{dt} = \frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\phi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\phi}_2 + \ddot{\phi}_2 \cdot C_R) + R_{C_2} \cdot \dot{\phi}_2 \cdot n}{L} \quad (16)$$

В той же час, виходячи із залежності:

$$\frac{d\Delta_L}{dt} = -V_0 \cdot k_L \cdot \Delta_L + V_0 \cdot \phi_2 + a \cdot \dot{\phi}_1 + \ddot{X}_{S_1} + \dot{\phi}_2 \cdot \ell.$$

Якщо зневажити узагальненими швидкостями $\dot{\phi}_1$ й \ddot{X}_{S_1} , то одержимо:

$$\frac{d\Delta_L}{dt} = -V_0 \cdot k_L \cdot \Delta_L + V_0 \cdot \phi_2 + \dot{\phi}_2 \cdot \ell. \quad (17)$$

Дорівняємо праві частини рівнянь (16) і (17):

$$\frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_2 \cdot C_R) + R_{C_2} \cdot \dot{\varphi}_2 \cdot n}{L} = -V_0 \cdot k_L \cdot \Delta_L + V_0 \cdot \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \cdot \ell \quad (18)$$

Підставимо в рівняння (18) значення деформацій шин коліс збиральної машини Δ_L .

$$\frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_2 \cdot C_R) + R_{C_2} \cdot \dot{\varphi}_2 \cdot n}{L} = V_0 \cdot \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \cdot \ell - \quad (19)$$

$$- V_0 \cdot k_L \cdot \frac{I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \cdot C_R) - R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n}{L}.$$

Перетворимо рівняння (19):

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \dot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_2 \cdot C_R) + R_{C_2} \cdot \dot{\varphi}_2 \cdot n = V_0 \cdot \varphi_2 \cdot L + \dot{\varphi}_2 \cdot \ell \cdot L -$$

$$- V_0 \cdot k_L \cdot \left(I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R}{V_0} (V_0 \cdot \varphi_2 + \dot{\varphi}_2 \cdot C_R) - R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n \right).$$

або

$$I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{R_D \cdot C_R^2}{V_0} \ddot{\varphi}_2 + R_{C_2} \cdot \dot{\varphi}_2 \cdot n + R_D \cdot C_R \cdot \dot{\varphi}_2 = V_0 \cdot \varphi_2 \cdot L + \dot{\varphi}_2 \cdot \ell \cdot L -$$

$$- V_0 \cdot k_L \cdot I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_2 + V_0 \cdot k_L \cdot R_{C_2} \cdot \varphi_2 \cdot n - R_D \cdot C_R \cdot V_0 \cdot k_L \cdot \varphi_2 - R_D \cdot C_R^2 \cdot k_L \cdot \dot{\varphi}_2$$

В остаточному підсумку одержуємо диференціальне рівняння виду:

$$C_0 \cdot \ddot{\varphi}_2 + C_1 \cdot \ddot{\varphi}_2 + C_2 \cdot \dot{\varphi}_2 + C_3 \cdot \varphi_2 = 0; \quad (20)$$

де

$$C_0 = I_{C_1};$$

$$C_1 = \frac{R_D \cdot C_R^2}{V_0} + V_0 \cdot k_L \cdot I_{C_1}; \quad (21)$$

$$C_2 = R_D \cdot C_R + R_{C_2} \cdot n - \ell \cdot L + R_D \cdot C_R^2 \cdot k_L;$$

$$C_3 = -V_0 \cdot L + V_0 \cdot k_L \cdot R_{C_2} \cdot n + R_D \cdot C_R \cdot V_0 \cdot k_L.$$

Вирази (21) є коефіцієнтами диференціального рівняння (20).

Висновки. В результаті проведених досліджень отримана кінематична модель руху збиральної машини, у вигляді диференціальних рівнянь, яку можна використовувати для аналізу стійкості руху збиральної машини.

Список літератури

1. Леженкин А. Уборка зерновых методом очеса /А. Леженкин //Сел. механизатор.-2004.-№11.- С.27.
2. Леженкин А.Н. Перспективная технология уборки зерновых для фермерских и крестьянских хозяйств Юга Украины/ А.Н. Леженкин //Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: междунар. науч. конф.- Ярославль,2003.- Ч. III.- С.28-29.
3. Леженкин А.Н. Машина с очесывающим устройством /А.Н. Леженкин// Сел. механизатор.-2004.- №12.- С.2.
4. Леженкин А.Н. Дифференциальные уравнения движения уборочного агрегата /А.Н. Леженкин //Актуальные проблемы инженерного обеспечения АПК: междунар. науч. конф.- Ярославль,2004.-

- Ч. Ш.- С.107-117.
5. Леженкин А.Н. Динамика очесывающего агрегата при уборке зерновых культур /А.Н. Леженкин //Механиз. и электриф. сел. хоз-ва.- 2004.-№12.- С.24-25.
 6. Леженкін О.М. Стійкість руху причіпного збирального агрегату очісуючого типу/ О.М. Леженкін //Праці /ТДАТА.- Мелітополь, 2005.- Вип.33.- С.26-46.
 7. Леженкин А.Н. Дифференциальные уравнения прицепного уборочного агрегата при прямолинейном и равномерном движении центра масс трактора/ А.Н. Леженкин //Механизация и электрификация технологических процессов АПК /Известия междунар. академии аграрного образования.- СПб, 2008.- Вып.6, Т.1.- С.76-84.
 8. Леженкін О.М. Стійкість руху трактора при агрегуванні причіпного збирального агрегату /О.Н. Леженкін //Праці /ТДАТА.- Мелітополь, 2005.- Вип. 31.- С.89-102.
 9. Айзерман М.А. Классическая механика /М.А.Айзерман. – М.: Наука, 1980. – 368 с.
 10. Василенко П.М. О методике механико-математических изысканий при разработке проблем сельскохозяйственной техники /П.М.Василенко. – М.: Б.ю.технической информации ГОСНИТИ, 1962. – 230 с.
 11. Василенко П.М. Элементы устойчивости движения прицепных сельскохозяйственных машин и орудий /П.М.Василенко //Сборник трудов по земледельческой механике. – М., 1954. – С.73-92.
 12. Гячев Л.В. Динамика машинно-тракторных и автомобильных агрегатов /Л.В.Гячев. – Ростов на Дону: Изд-во Ростовского университета, 1976. – 192 с.
 13. Гячев Л.В. Устойчивость движения сельскохозяйственных машин и агрегатов. – М.: Машиностроение, 1981. – 192 с.
 14. Леженкин А.Н. Методология формирования энерго- и ресурсосберегающей технологии уборки зерновых культур в условиях фермерских хозяйств (на примере Украины): дис... д-ра техн.наук: 05.20.01 /А.Н.Леженкин.– МГАУ им. В.П.Горячкина. – М., 2008. – 503 с.

А. Леженкин

Дифференциальные уравнения движения прицепной уборочной машины

Приведена методика составления дифференциальных уравнений движения прицепной уборочной машины с использованием уравнений Лагранжа II рода в обобщенных координатах. Получена кинематическая модель движения асимметричной прицепной уборочной машины в виде дифференциальных уравнений, которую можно использовать для анализа устойчивости движения машины.

A. Lezhenkin

Differential equalizations motion of the towed harvester

In the article the method drafting of differential equalizations motion of the towed harvester is presented with the use of equalizations the Lagrange II level in the generalized co-ordinates. The kinematics model of motion of the asymmetric towed harvester as a differential evening is got, which it is possible to use for the analysis of stability of motion of machine.

Одержано 02.11.09