УДК 669. 18. 013

**И.Т. Сабирзянов, инж.**
*Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины, г. Киев*
**Т.Г. Сабирзянов, проф., д-р. техн. наук**
*Кировоградский национальный технический университет*

# Мощность перемешивания металла при продувке его инертным газом в ковше

В статье при использовании архимедовой силы для определения работы перемешивания металла всплывающими газовыми пузырями получена математическая модель мощности перемешивания жидкого металла при продувке его инертным газом через фурму. Модель учитывает влияние на мощность перемешивания величины заглубления в металл газа струи и постепенный неизотермический характер расширения газа во вспылвающих пузырях.
**мощность перемешивания, инертный газ, продувка**

Качество готовой продукции в металлургии и литейном производстве может быть существенно улучшено в результате продувки металла в ковше инертным газом. Наиболее широко для этой цели применяется газообразный аргон под давлением 0,2…0,5 МПа. Удельный расход аргона может изменяться от 0,04 до 0,20 м$^3$/т при продолжительности продувки 5…15 мин. Продувка может осуществляться тремя способами: через пористые огнеупорные вставки в днище ковша; через ложный стопор, оканчивающийся огнеупорной пробкой с радиально расположенными отверстиями диаметром 0,5…1,0 мм; через футерованную фурму, опускаемую в металл сверху [1].

Эффективность тепло- и массообменных процессов при продувке металла нейтральным газом в значительной мере зависит от удельной мощности перемешивания металла. Следует, однако, отметить, что имеющиеся на сегодняшний день методы расчета данного параметра не учитывают некоторых существенных особенностей рассматриваемого процесса продувки, например, динамику нагревания газа струи и всплывающих пузырьков. Часто длиной струи при расчётах пренебрегают и считают, что всплывание пузырьков начинается с уровня заглубления фурмы, причём принимается заведомо несоответствующее действительности положение о том, что газ мгновенно нагревается здесь до температуры металла и дальше идет процесс изотермического расширения газа всплывающих пузырей [2].

Ниже приводится построение математической модели мощности перемешивания металла, продуваемого в ковше инертным газом через заглубленную в металл фурму. Модель учитывает влияние на мощность перемешивания таких факторов, как величина заглубления газа струи и неизотермический характер расширения газа во всплывающих пузырьках.



Прежде, чем приступить к построению модели, рассмотрим некоторые вопросы, имеющие самое непосредственное отношение к процессу продувки жидкого металла нейтральным газом сверху через погруженную в металл фурму.

**1. Охлаждающее действие газа на металл.** В соответствии с вышеприведенными данными принимаем удельный расход аргона 0,20 м$^3$/т, или, при 100-т ковше, количество аргона будет равно 20 м$^3$. Пусть начальная температура металла в ковше $t_м$ равна 1600 $^oC$, а конечная температура газа на выходе из металла $t_г \approx t_м = 1600\,^oC$.

Начальную температуру аргона принимаем 20 $^{o}$C. Теплоёмкости аргона и жидкой стали принимаем $c_{\text{p,Ar}} = 20808$ и $c_{\text{p,Fe}_\text{ж}} = 41868$ Дж/кмоль·К [3].

Считая, что металл охлаждается только за счёт теплоотдачи к аргону, составляем уравнение теплового баланса за весь период продувки:

$$n_\text{м} c_\text{м} \Delta t_\text{м} = n_\text{г} c_\text{г} \Delta t_\text{г}, \qquad (1)$$

где $n_\text{м}$ и $n_\text{г}$ – количество киломолей металла и газа;

$c_\text{М}$ и $c_\text{Г}$ – теплоёмкость металла и газа, Дж/кмоль·К;

$\Delta t_\text{м}$ и $\Delta t_\text{г}$ – изменение температуры металла и газа, $^{o}$C.

Выражаем из уравнения (1) величину $\Delta t_\text{м}$ и подставляем вышеприведенные значения входящих в него величин:

$$\Delta t_\text{м} = n_\text{г} c_\text{г} \Delta t_\text{г} / n_\text{м} c_\text{м} = 20 \cdot 20808 (1600 - 20) 56/22{,}4 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 41868 = 0{,}4\,K.$$

Полученный результат указывает на то, что в рассмотренном примере охлаждение металла за счёт продуваемого аргона является ничтожно малым.

**2. Длина струи $h_\text{г}$.** Данную величину можно определить разными способами.

И.Г. Казанцев [4] предложил формулу

$$h_\text{г} / d_\text{о} = (n/2)\text{Ar}, \qquad (2)$$

где $d_\text{о}$ – внутренний диаметр сопла фурмы;

$n$ – коэффициент, равный той части начальной кинетической энергии струи, которая превращается в потенциальную энергию заглублённого газа;

Ar – критерий Архимеда, определяемый соотношением

$$\text{Ar} = \text{c} w_1^2 / (\text{c}' - \text{c}) g d_0, \qquad (3)$$

где $\rho$ и $\rho'$ – плотность газа и металла;

$w_1$ – начальная скорость струи;

$g$ – ускорение силы тяжести.

Параметр $n$ определяется графически в зависимости от величины критерия Архимеда [4].

Т.Г. Сабирзянов [5] вывел формулу

$$h/d_\text{о} = (1/2k)\ln(1 + k\text{Ar}), \qquad (4)$$

где $k$ = 0,0617 – безразмерный коэффициент, определённый путём обработки экспериментальных данных.

Б.Л. Марков [6] представил в координатах $\lg(h_\text{г}/d_\text{о}) = A + B \lg \text{Ar}$ многочисленные экспериментальные данные ряда авторов в виде нескольких приблизительно одинаково ориентированных прямых.

В результате статистической обработки этих данных нами получена эмпирическая формула

$$\lg(h_\text{г}/d_\text{о}) = \lg \text{Ar}(0{,}665 - 0{,}0525 \lg \text{Ar}). \qquad (5)$$

Расчеты по формулам (2), (4) и (5) дают приблизительно одинаковые результаты (табл. 1).

Таблица 1 – Результаты расчетов параметра $h_г/d_о$ по формулам (2), (4) и (5)

| ***Ar*** | | 3,16 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *n* | | 0,99 | 0,6 | 0,2 | 0,05 | 0,01 |
| $h_г/d_о$ по формуле | (2) | 1,6 | 3,0 | 10,0 | 25,0 | 50,0 |
| | (4) | 1,4 | 3,9 | 16,0 | 33,5 | 52,1 |
| | (5) | 2,1 | 4,1 | 13,2 | 33,3 | 66,1 |

**3. Нагрев струи**. Количественная оценка степени нагрева струи нейтрального газа в жидком металле является весьма важной для более глубокого понимания процесса продувки.

Будем рассматривать нагрев газа струи как стационарный процесс нагрева некоего тела в нагревателе, представляющем собою внутреннюю поверхность вертикального цилиндрического канала диаметром $d_о$ и высотой $h_г$.

Поскольку температура металла высокая, передача теплоты, казалось бы, должна осуществляться, в основном, излучением. Однако, учитывая, что аргон, как и многие другие газы, диатермичен, то есть не поглощает и не испускает лучистую энергию, теплота от металла к газу будет передаваться преимущественно конвекцией в соответствии с законом Ньютона-Рихмана.

Нагревание газа струи происходит непрерывно в пределах ее длины $h_г$ (рис. 1) от начальной температуры, близкой к комнатной $\left(t^{н}_{г,с} \approx 20^\circ \mathrm{C}\right)$, до пока что неизвестной конечной температуры $t^{k}_{г,с}$ на уровне $H+h_г$ (см. рис. 1.).

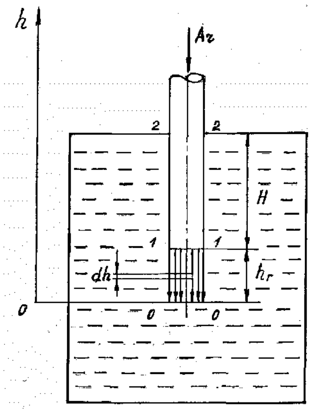


Рисунок 1 – Схема продувки жидкого металла инертным газом в ковше

Количество теплоты, передаваемой от металла к газу, уменьшается по мере его заглубления вследствие уменьшения разности температур металла и газа. На некотором уровне $h$ (см. рис. 1), где температура газа равна $t_{г,с}$, в пределах элементарной высоты $dh$ от металла к газу в соответствии с уравнением Ньютона-Рихмана за единицу времени будет передаваться теплота в количестве

$$dQ' = б\left(t_м - t_{г,с}\right)рd_0 dh, \qquad (6)$$

где $\alpha$ - коэффициент теплоотдачи конвекцией от металла к газу.

За единицу времени через указанный выше «нагреватель» проходит $n'_{\text{г}}$ киломолей газа, который на участке $dh$ нагреется на $dt_{\text{г,с}}$ градусов. Полагая, что теплота, отданная металлом по уравнению (6), полностью поглощается газом струи, можно записать:

$$dQ' = n'_{\text{г}} c_{\text{г}} dt_{\text{г,с}} . \tag{7}$$

Приравняв правые части уравнений (6) и (7) и выразив из полученного соотношения $dh$, находим:

$$dh = n'_{\text{г}} c_{\text{г}}\ dt_{\text{г,с}} / \text{б}\left(t_{\text{м}} - t_{\text{г,с}}\right)\text{р} d_0 . \tag{8}$$

Интегрирование дифференциального уравнения (8) дает:

$$h = \left(-\ n'_{\text{г}} c_{\text{г}} / \text{бр} d_0\right) \ln\left[\left(t_{\text{м}} - t^{\text{к}}_{\text{г,с}}\right) / \left(t_{\text{м}} - t^{\text{н}}_{\text{г,с}}\right)\right]. \tag{9}$$

Выразив из уравнения (9) величину $t^{\text{к}}_{\text{г,с}}$, находим расчетное уравнение для определения температуры нагрева газа струи на участке $h_{\text{г}}$:

$$t^{\text{к}}_{\text{г,с}} = t_{\text{м}} - \left(t_{\text{м}} - t^{\text{н}}_{\text{г,с}}\right) \exp\left(-\ \text{рб} d_0 h_{\text{г}} / n'_{\text{г}} c_{\text{г}}\right). \tag{10}$$

Согласно данным расчета $t^{\text{к}}_{\text{г,с}}$ по формуле (10) при разных условиях конечная температура газа струи находится в пределах 22…90 °С, а наиболее вероятное значение $t^{\text{к}}_{\text{г,с}}$, соответствующее данным: $t_{\text{м}} = 1600\,^{\circ}\text{С}$, $t^{\text{н}}_{\text{г,с}} = 20$ °С, $d_0 = 0{,}02$ м, $\alpha = 14$ Вт/м$^2 \cdot$ К, $h_{\text{г}} = 0{,}15$ м и $n'_{\text{г}} = 0{,}0015$ кмоль/с, составляет около 28 °С. Таким образом, нагрев газа струи является незначительным.

**4. Нагрев газа при всплывании.** По достижении уровня $H + h_{\text{г}}$, который будем считать нулевым, заглубление газа прекращается, и он начинает всплывать в виде пузырьков. На произвольном уровне $h$, отсчитываемом вверх от нулевого уровня, от металла к газу пузырька на участке $dh$ передается теплота в количестве, соответствующем закону Ньютона-Рихмана:

$$dQ_{\text{п}} = \text{б}\left(t_{\text{м}} - t_{\text{г}}\right) F_{\text{п}} d\text{ф}, \tag{11}$$

где $t_{\text{г}}$ – температура газа в пузырьке, °С;

$F_{\text{п}}$ – величина поверхности пузырька на уровне $h$;

$d\tau$ – время прохождения пузырьком участка $dh$.

Величину $\alpha$ определяем по формуле [7, стр. 107]

$$\alpha = 2{,}6\sqrt[4]{\Delta t}\ , \tag{12}$$

где $\Delta t$ – разность температур металла и газа.

При $\Delta t \cong 1600 - 800 = 800\,^{\circ}\text{С}$ $\alpha = 2{,}6\sqrt[4]{800} \cong 14$ Вт/м$^2\cdot$К.

Выражение для $F_{\text{п}}$ записываем, предположив, что пузырёк имеет сферическую форму:

$$F_{\text{п}} = \pi d^2_{\text{п}}, \tag{13}$$

где $d_{\text{п}}$ – диаметр пузырька на уровне $h$.

Величину $d\tau$, входящую в уравнение (11), можно представить как отношение $dh$ к приблизительно постоянной и равной около 1 м/с [8] скорости всплывания пузырька $w$:

$$d\text{ф}= dh/w\,. \tag{14}$$

Подставив соотношения (13) и (14) в уравнение (11), получаем:

$$dQ_{\text{п}} = \left(\text{рб}d_{\text{п}}^2/w\right)\left(t_{\text{м}} - t_{\text{г}}\right)dh\,. \tag{15}$$

За счет теплоты $dQ_{\text{п}}$ газ в пузырьке нагревается на $dt_{\text{г}}$ градусов:

$$dQ_{\text{п}} = n_{\text{п}} c_{\text{г}} dt_{\text{г}}\,, \tag{16}$$

где $n_{\text{п}}$ – количество киломолей газа в пузырьке.

Приравняв правые части уравнений (15) и (16), получаем дифференциальное уравнение

$$\left(\text{рб}d_{\text{п}}^2/w\right)\left(t_{\text{м}} - t_{\text{г}}\right)dh = n_{\text{п}} c_{\text{г}} dt_{\text{г}}\,, \tag{17}$$

решив которое, находим закон изменения температуры газа в пузырьке при его всплывании:

$$t_{\text{г}} = t_{\text{м}} - \left(t_{\text{м}} - t_{\text{г,н}}\right)\exp\left\{-\,\text{рб}d_{\text{п}}^2 h/n_{\text{п}} c_{\text{г}} w\right\}, \tag{18}$$

где $h$ – высота расположения пузырька по отношению к нулевому уровню.

В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона величину $n_{\text{п}}$ на уровне $H + h_{\text{г}}$ (уровень выхода пузырька из металла) можно представить соотношением:

$$n_{\text{п}} = \left[p_2(1/6)\text{р}d_{\text{п,к}}^3\right]/R\left(t_{\text{г,к}} + 273\right) = 0{,}5236\,p_2\, d_{\text{п,к}}^3/R\left(t_{\text{г,к}} + 273\right), \tag{19}$$

где $d_{\text{п,к}}$ и $t_{\text{г,к}}$ – диаметр пузырька и температура газа в нём на уровне $H + h_{\text{г}}$.

Поскольку в формуле (18) фигурирует диаметр пузырька $d_{\text{п}}$ на уровне $h$, а в соотношении (19) – его диаметр $d_{\text{п,к}}$ на выходе из металла, необходимо знать взаимосвязь между этими величинами.

Масса газа в пузырьке в процессе его всплывания практически не изменяется, и величину $n_{\text{п}}$ в уравнении Менделеева-Клапейрона, записанном для наинизшей и наивысшей точек пути всплывания пузырька, можно считать константой, откуда следует равенство

$$p_0V_0/T_0 = p_2V_2/T_2\,, \tag{20}$$

где параметры с индексами 0 и 2 относятся, соответственно, к наинизшему и наивысшему уровням расположения пузырька в металле (см. рис. 1).

Приняв $p_0 = 1{,}01325\cdot10^5 + 7000\cdot9{,}81(H + h_{\text{г}})$, $V_0 = \text{р}d_{\text{п,н}}^3/6$, $T_0 = 298K$, $p_2 = 1{,}01325\cdot10^5$, $V_2 = \text{р}d_{\text{п,к}}^3/6$ и $T_2 = 1873K$ и подставив эти данные в уравнение (20), после преобразований получаем:

$$d_{\text{п,н}}/d_{\text{п,к}} = 25{,}2618/\left[1{,}01325\cdot10^5 + 68670\left(H + h_{\text{г}}\right)\right]^{1/3}, \tag{21}$$

где $d_{п,н}$ – диаметр пузырька на уровне 0-0;

$H + h_г$ – путь всплывания пузырька.

В таблице 2 представлены результаты расчета по формуле (21) величины отношения $d_{п,н}/d_{п,к}$ при разных условиях.

Таблица 2 – Значения $d_{п,н}$ и $d_{п,н}/d_{п,к}$ при разных значениях параметров $d_{п,к}$ и $H + h_г$

| $H + h_г$, м | Значения $d_{п,н}$ и $d_{п,н}/d_{п,к}$ при $d_{п,к}$, м | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,02 | | 0,03 | | 0,04 | | 0,05 | |
| | $d_{п,н}$ | $d_{п,н}/d_{п,к}$ | $d_{п,н}$ | $d_{п,н}/d_{п,к}$ | $d_{п,н}$ | $d_{п,н}/d_{п,к}$ | $d_{п,н}$ | $d_{п,н}/d_{п,к}$ |
| 0,5 | 0,009833 | 0,4916 | 0,01475 | 0,4916 | 0,01967 | 0,4916 | 0,02458 | 0,4916 |
| 1,0 | 0,00912 | 0,4560 | 0,01368 | 0,4560 | 0,01824 | 0,4560 | 0,02280 | 0,4560 |
| 1,5 | 0,00858 | 0,4289 | 0,01287 | 0,4289 | 0,01716 | 0,4289 | 0,02144 | 0,4289 |

Согласно данным табл. 2 можно считать, что между величинами $d_{п,н}$ и $d_{п,к}$ имеет место приближённое соотношение

$$d_{п,\,н} \cong 0{,}46\, d_{п,\,к}. \qquad (22)$$

Полагая, что средний диаметр пузырька $\bar{d}_п$ равен полусумме диаметров $d_{п,н}$ и $d_{п,к}$, находим:

$$\bar{d}_п = 0{,}73 d_{п,к}. \qquad (23)$$

После подстановки в уравнение (18) соотношений (19), (23) и $h = H + h_г$ получаем формулу для определения температуры газа на выходе из металла:

$$t_{г,к} = t_м - \left(t_м - t_{г,н}\right)\exp\left\{-\,0{,}26246\left(H + h_г\right)\left(t_{г,к} + 273\right)/d_{п,к} c_г w\right\}. \qquad (24)$$

Трансцендентное уравнение (24) можно решить методом итераций, если в нём все величины, кроме $t_{г,к}$, будут известны. Согласно результатам расчета $t_{г,к}$ при разных значениях $d_{п,к}$, $\alpha$ и $H + h_г$ для процесса продувки жидкой стали в ковше аргоном только при сравнительно небольших значениях $\alpha$ и больших величинах $d_{п,к}$ конечная температура газа на несколько градусов меньше температуры металла. Во всех остальных случаях конечная температура газа во всплывающих пузырьках практически совпадает с температурой металла $t_м$.

Приняв $t_{г,к} = t_м$, закон изменения температуры газа по высоте (уравнение (18)) можно представить в виде:

$$t_{г,} = t_м - \left(t_м - t_{г,н}\right)\exp\left\{-Kh\right\}, \qquad (25)$$

где

$$K = 3{,}1974\, 6 R\left(t_м + 273\right)/p_2 d_{п,к}\, c_г w. \qquad (26)$$

При $\alpha$ = 14 Вт/м$^2$К, $R$ = 8314 Дж/кмоль·К, $t_{г,к}$ = 1600 °С, $P_2$ = 1,01325·10$^5$ Па, $d_{п,к}$ = 0,045 м, $c_{p,\ Ar}$ = 20808 Дж/кмоль·К и $w$ = 1 м/с, получаем $K$ = 7,35 м$^{-1}$. Изменение температуры газа, соответствующее этому значению $K$ в уравнении (24) при $t_м$ = 1600 °С и $t_{г,н}$ = 27 °С, представлено на рис. 2. Видно, что уже на уровне 0,6…0,7 м газ нагрет практически до температуры металла.

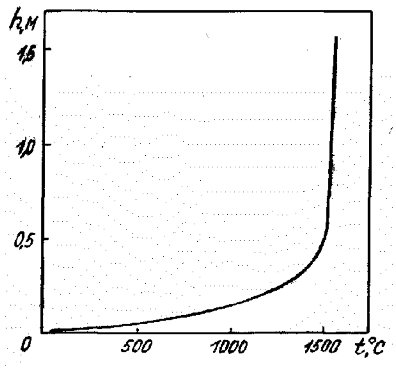


Рисунок 2 – Зависимость $t_г$ от высоты всплывания $h$

**5. Мощность перемешивания металла.** Жидкий металл при его продувке нейтральным газом через заглублённую фурму перемешивается за счет, во-первых, энергии сжатого в компрессоре газа и, во-вторых, энергии, которая в форме теплоты передается от металла к газу и впоследствии расходуется на расширение газа и увеличение тем самым его потенциальной энергии заглубления, которая в дальнейшем, при всплывании газа, практически полностью расходуется на выполнение работы по перемешиванию металла.

Энергия газа, сжатого при $T$ = const в компрессоре (располагаемая работа) в расчете на секундный расход газа, выражается уравнением [9]

$$N_к = n'RT\ln(p_к/p_2), \qquad (27)$$

где $n'$ – секундный расход газа, кмоль/с;

$p_2$ – атмосферное давление;

$p_к$ – давление сжатого газа.

Энергия $N_к$ расходуется по двум статьям:

$$N_к = N_з + N_т, \qquad (28)$$

где $N_з$ – энергия, расходуемая на проникновение газа на глубину $H + h_г$ (см. рис. 1);

$N_т$ – энергия, которая расходуется на преодоление струей газа сил трения, трансформируясь в работу перемешивания металла.

Следует заметить, что и величина $N_з$ в конечном итоге превращается в энергию перемешивания металла, которая учитывается автоматически при определении общей мощности перемешивания с помощью архимедовой силы, действующей на всплывающие пузырьки газа (см. ниже).

Энергию $N_з$ можно считать равной работе изотермического расширения секундного количества киломолей газа при его заглублении на $H + h_г$ метров:

$$N_з = n'RT\ln\{[p_2 + c'g(H + h_г)]/p_2\}. \qquad (29)$$

Из уравнений (27), (28) и (29) находим выражение для расчёта $N_т$:

$$N_т = n'RT \ln\{p_к/[p_2 + c'g(H + h_г)]\}. \qquad (30)$$

Для определения $h_г$ по формулам (3) и (4) необходимо знать плотность газа и скорость его истечения на уровне 1-1 (см. рис. 1).

Плотность ρ, например, аргона на указанном уровне находим следующим образом. Записываем уравнение Менделеева-Клапейрона в виде:

$$p_1/c_1 = RT_1/M_{Ar}, \qquad (31)$$

где $M_{Ar}$ – масса одного киломоля аргона, кг/кмоль;

$p_1$ и $T_1$ – давление и температура газа на выходе из сопла.

Из уравнения (31) следует:

$$c_1 = p_1 M_{Ar}/RT_1. \qquad (32)$$

Скорость истечения газа можно найти из условия, согласно которому на срезе сопла (уровень 1-1) статическое давление газа (разность между давлением газа в фурме и давлением со стороны металла) превращается в динамическое давление вытекающего газа:

$$p_к - (p + c'gH) = c w_1^2/2, \qquad (33)$$

откуда

$$w_1 = \sqrt{(2/c)[p_к - (p_2 + c'gH)]}. \qquad (34)$$

Если расход газа задан, например, в нормальных кубометрах за минуту ($V_{н.у.}$), то сначала представляем его в киломолях за секунду:

$$n' = V_{н.у.}/60 \cdot 22{,}4.$$

Затем рассчитываем объёмный расход и скорость истечения газа по формулам:

$$V_1 = n'RT_1/p_1; \; w_1 = V_1/f.$$

Далее определяем критерий Архимеда по формуле (3) и длину струи по формуле (4).

Мощность перемешивания жидкого металла всплывающим газом можно рассматривать как отнесенную к единице времени работу усредненной архимедовой силы, действующей на всплывающие пузырьки газа, умноженной на путь всплывания:

$$N = \overline{V} c'g(H + h_г), \qquad (35)$$

где $\overline{V}$ – средний объёмный расход газа, м$^3$/с.

Величину $\overline{V}$ определяем, в соответствии с теоремой о среднем, как частное от деления определённого интеграла $\int_0^{H+h_г} V(h)dh$ на величину $H + h_г$:

$$\overline{V} = \left[1/\left(H + h_{\text{г}}\right)\right] \int_{0}^{H+h_{\text{г}}} V(h) dh, \tag{36}$$

где $V(h)$ – функция, характеризующая зависимость секундного объёма газа от высоты $h$.

Функцию $V(h)$ выражаем с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$V(h) = n'RT(h)/p(h), \tag{37}$$

где $T(h)$ и $p(h)$ – функции, характеризующие зависимости температуры и давления газа от $h$.

Зависимость $T(h)$ определяется уравнениями (25) и (26), а зависимость $p(h)$ – очевидным соотношением

$$p(h) = p_2 + \text{c}'g\left(H + h_{\text{г}} - h\right). \tag{38}$$

Подставляем уравнения (25) и (38) в соотношение (36):

$$\overline{V} = \frac{n'R}{H + h_{\text{г}}} \int_{0}^{H+h_{\text{г}}} \frac{T_{\text{м}} - \left(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}}\right)\exp(-Kh)}{p_2 + \text{c}'g\left(H + h_{\text{г}} - h\right)} dh. \tag{39}$$

Интеграл (39) распадается на две части:

$$\overline{V} = \overline{V}' - \overline{V}'' = \frac{n'R}{H + h_{\text{г}}} \int_{0}^{H+h_{\text{г}}} \frac{T_{\text{м}}}{p_2 + \text{c}'g\left(H + h_{\text{г}} - h\right)} dh - \frac{n'R}{H + h_{\text{г}}} \int_{0}^{H+h_{\text{г}}} \frac{\left(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}}\right)\exp(-Kh)}{p_2 + \text{c}'g\left(H + h_{\text{г}} - h\right)} dh. \tag{40}$$

Первый из этих двух интегралов берется методом подведения под знак интеграла:

$$\overline{V}' = \frac{n'R}{H + h_{\text{г}}} \int_{0}^{H+h_{\text{г}}} \frac{T_{\text{м}}}{p_2 + \text{c}'g\left(H + h_{\text{г}} - h\right)} dh = \frac{n'RT_{\text{м}}}{\text{c}'g\left(H + h_{\text{г}}\right)} \ln\left[1 + \frac{\text{c}'g\left(H + h_{\text{г}}\right)}{p_2}\right]. \tag{41}$$

Найти точное решение второго интеграла обычными способами невозможно, поэтому были использованы приближенные методы.

В первом из них в знаменателе подынтегрального выражения производится замена переменного давления на постоянное приравниванием переменной высоты $h$ к её среднему значению:

$$h = 0{,}5\left(H + h_{\text{г}}\right). \tag{42}$$

Во втором методе для расчёта $\overline{V}''$ используется формула

$$\overline{V}'' \approx (1/k)\sum_{i=1}^{k} V_i, \tag{43}$$

где $k$ – количество одинаковых участков $\Delta h_i$, на которые разбивается высота $H + h_{\text{г}}$;

$V_i$ – значение объёма на $i$-ом участке, вычисленное с помощью подынтегральной функции $V''(h)$ во второй части формулы (40);

В третьем методе подынтегральная функция аппроксимируется другой функцией, использование которой позволяет упростить процедуру интегрирования.

Нами были выполнены расчёты по всем трём методам, которые дали приблизительно одинаковые результаты.

Воспользуемся здесь первым из них, как наиболее простым. Подставив соотношение (42) в выражение для $\overline{V}''$ уравнения (40), после интегрирования получаем:

$$\overline{V}'' = \frac{n'R(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}})}{(H + h_{\text{г}})[p_2 + 0{,}5\text{c}'g(H + h_{\text{г}})]K}\left[1 - \text{e}^{-K(H+h_{\text{г}})}\right]. \qquad (44)$$

Найдем мощность перемешивания, соответствующую величине $V'$, для чего уравнение (41) умножим на $\text{c}'g(H + h_{\text{г}})$. После преобразований получаем:

$$N' = n'RT_{\text{м}} \ln\{[p_2 + \text{c}'g(H + h_{\text{г}})]/p_2\}. \qquad (45)$$

Уравнение (45) соответствует мощности изотермического расширения газа, то есть оно относится к нереальной ситуации, когда весь газ нагревается мгновенно до температуры металла на нулевом уровне и дальше при всплывании пузырьков происходит изотермическое их расширение, как при чистом кипении в подовых сталеплавильных печах.

Умножив уравнение (44) на $\text{c}'g(H + h_{\text{г}})$, находим выражение для второй составляющей мощности перемешивания:

$$N'' = \frac{n'R(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}})\text{c}'g}{[p_2 + 0{,}5\text{c}'g(H + h_{\text{г}})]K}\left[1 - \text{e}^{-K(H+h_{\text{г}})}\right]. \qquad (46)$$

Выше было показано, что входящий в формулу (46) параметр $K$ = 7,35 $\text{м}^{-1}$. При таком значении $K$ выражение, стоящее в квадратных скобках правой части уравнения (46), практически равно единице. Поэтому формулу (46) можно представить в упрощённом виде:

$$N'' = n'R\text{c}'g(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}})/[p_2 + 0{,}5\text{c}'g(H + h_{\text{г}})]K\,. \qquad (47)$$

Величина $N''$, определяемая уравнением (46), является той поправкой, которую нужно отнять от $N'$, чтобы приблизить мощность перемешивания к действительному ее значению.

Общая формула для расчета $N$ должна иметь вид:

$$N = N' - N'' + N_{\text{т}}, \qquad (48)$$

или с учетом соотношений (30), (45) и (47),

$$N = n'RT_{\text{м}} \ln\frac{p_2 + \text{c}'g(H + h_{\text{г}})}{p_2} - \frac{n'R\text{c}'g(T_{\text{м}} - T_{\text{г,н}})}{[p_2 + 0{,}5\text{c}'g(H + h_{\text{г}})]K} + n'RT\ln\frac{p_{\text{к}}}{p_2 + \text{c}'g(H + h_{\text{г}})}. \qquad (49)$$

Величину $N_{\text{з},h_{\text{г}}}$ на участке $h_{\text{г}}$ можно определить по формуле

$$N_{з,h_г} = n'RT\ln\frac{p_2 + ρ'g(H + h_г)}{p_2 + ρ'gH}. \qquad (50)$$

Кинетическую энергию газа на выходе из сопла можно найти из выражения:

$$N_{кин} = mw_1^2/2 = n'M_{Ar}w_1^2/2. \qquad (51)$$

Следовательно, величину $N_т$ можно рассчитать не только с помощью выражения (30), но и по формуле:

$$N_т = N_{кин} - N_{з,h_г} = \frac{1}{2}n'M_{Ar}w_1^2 - n'RT\ln\frac{p_2 + ρ'g(H + h_г)}{p_2 + ρ'gH}. \qquad (52)$$

**Пример.** Рассчитать мощность перемешивания металла при продувке его аргоном для следующих условий: расход газа, приведенного к нормальным условиям, $V_{н.у.}$ = 2,3 нм$^3$/с; температура металла $t_м$ = 1600 °С; начальная температура газа на нулевом уровне $t_{г,н}$ = 27 °С; атмосферное давление $p_2$ = 1,01325·10$^5$ Па; глубина погружения фурмы $H$ = 1,5 м; внутренний диаметр сопла фурмы $d_0$ = 0,02 м; теплоёмкость аргона $c_{p,Ar}$ = 20808 Дж/кмольК [3]; скорость всплывания пузырьков $w_п \cong 1$ м/с [8]; коэффициент теплоотдачи конвекцией от металла к газу в пузырьке $\alpha$ = 14 Вт/м$^2$К; диаметр пузырька на выходе из металла $d_{п.к.}$ = 0,045 м; универсальная газовая постоянная $R$ = 8314 Дж/кмоль·К; масса одного киломоля аргона $M_{Ar}$ = 39,95 кг/кмоль; плотность жидкого металла ρ′ = 7000 кг/м$^3$; давление газа в компрессоре $p_к$ = 2,115·10$^5$ Па.

**Решение.** Расход газа в киломолях за секунду

$$n' = V_{н.у.}/60\cdot 22{,}4 = 2{,}3/60\cdot 2{,}4 = 0{,}0017 \text{ кмоль/с}.$$

Объёмный расход и скорость истечения газа на уровне (1-1) (см. рис.1)

$$V_1 = n'RT_1/p_1 = 0{,}0017\cdot 8314\cdot 300/(1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81\cdot 1{,}5) = 0{,}0208 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$w_1 = V_1/f = 0{,}0208/(p\cdot 0{,}02^2/4) = 66{,}1 \text{ м/с}.$$

Плотность газа на уровне 1-1 по формуле (32)

$$ρ_1 = p_1M_{Ar}/RT_1 = (1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81\cdot 1{,}5)39{,}95/8314\cdot 300 = 3{,}2728 \text{ кг/м}^3.$$

Критерий Архимеда и длина струи (формулы (3) и (4), соответственно):

$$Ar = 3{,}2728\cdot 66{,}1^2/7000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}02 = 10{,}4;$$

$$h_г = (0{,}02/2\cdot 0{,}0617)\ln(1 + 0{,}0617\cdot 10{,}4) = 0{,}08 \text{ м}.$$

Мощности $N_т$, $N_з$, $N_к$ по формулам (30), (29) и (27), соответственно:

$$N_т = 0{,}0017\cdot 8314\cdot 300\ln\frac{2{,}115\cdot 10^5}{1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81(1{,}50 + 0{,}08)} = 34 \text{ Вт};$$

$$N_з = 0{,}0017\cdot 8314\cdot 300\ln\frac{1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81(1{,}50 + 0{,}08)}{1{,}01325\cdot 10^5} = 3086 \text{ Вт};$$

$$N_к = 0{,}0017\cdot 8314\cdot 300\ln\frac{2{,}115\cdot 10^5}{1{,}01325\cdot 10^5} = 3120 \text{ Вт}.$$

Эти данные согласуются с балансовым уравнением (28).

По формуле (52) получаем приблизительно то́ же значение $N_т$, что и по формуле (30):

$$N_т = 0{,}5\cdot 0{,}0017\cdot 39{,}95\cdot 66{,}1^2 - 0{,}0017\cdot 8314\cdot 300\ln\frac{1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81\cdot 1{,}58}{1{,}01325\cdot 10^5 + 7000\cdot 9{,}81\cdot 1{,}5} = 36 \text{ Вт}.$$

Как видно, величина $N_т$ очень мала по сравнению с $N_к$ и составляет лишь $34 \cdot 100/3120 = 1{,}1\,\%$ от последней, что обусловлено сравнительно низкой скоростью истечения газа из сопла и, соответственно, малой величиной критерия Архимеда.

Основная составляющая мощности перемешивания (формула (45))

$$N' = 0{,}0017 \cdot 8314 \cdot 1873 \ln\left[\left(1{,}01325 \cdot 10^5 + 7000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}58\right)/1{,}01325 \cdot 10^5\right] = 19270 \text{ Вт}.$$

Параметр $K$ по формуле (26):

$$K = 3{,}1974 \frac{14 \cdot 8314 \cdot 1873}{1{,}01325 \cdot 10^5 \cdot 0{,}045 \cdot 20808 \cdot 1} = 7{,}3471 \text{ м}^{-1}.$$

Мощность $N''$ по формуле (47)

$$N'' = \frac{0{,}0017 \cdot 8314 \cdot (1873 - 300)7000 \cdot 9{,}81}{\left[1{,}01325 \cdot 10^5 + 0{,}5 \cdot 7000 \cdot 9{,}81(1{,}50 + 0{,}08)\right] \cdot 7{,}3471} = 1336 \text{ Вт}.$$

Искомая мощность перемешивания по формуле (48)

$$N = N' - N'' + N_т = 19270 - 1336 + 34 = 17968 \text{ Вт}.$$

Поправка $N''$ составляет $1336 \cdot 100/17968 = 7{,}4\,\%$ от величины $N$.

Неучёт поправки $N''$ приводит к завышению расчётной мощности перемешивания приблизительно на 10 %. Если при расчётах пренебречь заглублением струи (величина $h_г$), то это приведет к некоторому уменьшению расчетного значения $N$. Если одновременно пренебречь величинами $N''$ и $h_г$ (а следовательно, и величиной $N_т$), то произойдет частичная компенсация погрешностей и повышение точности определения мощности перемешивания $N$.

Таким образом, с относительной погрешностью менее 10 % мощность перемешивания при продувке жидкого металла нейтральным газом можно рассчитывать по формуле (45) для изотермического расширения газа, отбросив в ней величину $h_г$:

$$N \cong n'RT_м \ln\left[\left(p_2 + c'gH\right)/p_2\right]. \tag{53}$$

## ВЫВОДЫ

1. При обычно наблюдаемых расходах нейтрального газа (0,04…0,20 м$^3$/т) его охлаждающее действие на металл является нижточно малым (менее 1 $^o$С).

2. Газ струи на пути от сопла фурмы до уровня максимального заглубления струи нагревается несущественно – на 25…30 $^o$С.

3. Всплывающий газ нагревается с переменной интенсивностью: она самая высокая на нижнем участке высотой ~0,2 м, где температура газа поднимается до 1200…1250 $^o$С; дальше на участке протяженностью ~0,5 м газ нагревается приблизительно до температуры металла, после чего теплообмен между металлом и газом практически прекращается.

4. Рассмотрение перемешивания металла при продувке его инертным газом в качестве результата действия архимедовой силы на всплывающие пузырьки газа дало возможность получить формулы для расчета мощности перемешивания. Показано, что с погрешностью менее 10 % мощность перемешивания можно рассчитывать по простейшей формуле (53), относящейся к изотермическому расширению всплывающего газа.

## Список литературы


1. Металлургия стали / В.И. Явойский, Ю.В. Кряковский, В.П. Григорьев и др. – М.: Металлургия, 1983. – 584 с.
2. Мельник Г.М. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. – Киев: ФТИМС, 2009. – 37 с.
3. Справочник по расчетам равновесий металлургических реакций / А.Н. Крестовников, Л.П. Владимиров, Б.С. Гуляницкий, А.Я. Фишер. – М.: Металлургиздат, 1963. – 416 с.

4. Казанцев И.Г. // Термическая и пластическая обработка металлов. – М.: Металлургиздат, 1952. – С. 56-68.
5. Сабирзянов Т.Г. Исследование продувки жидкого металла газами // Конструирование и технология производства с/х машин. – 1978. – В. 8. –С. 73-75.
6. Марков Б.Л. Методы продувки мартеновской ванны. – М.: Металлургия, 1975. – 280 с.
7. Минаев А.Н., Шипилин Б.И. Литейные печи и сушила. – М.: Машгиз, 1959. – 472 с.
8. Сабирзянов Т.Г. Некоторые вопросы барботажа сталеплавильных ванн пузырями СО //Изв. вузов. Чёрная металлургия. – 1970. - № 5. – С. 42-46.
9. Сабірзянов Т.Г., Кропівний В.М. Теплотехніка ливарних процесів. – Кіровоград: КНТУ, 2005. – 402 с.

*І. Сабірзянов, Т. Сабірзянов*

**Потужність перемішування металу при продувці його інертним газом у ковші**

В статті при використанні архімедової сили для визначення роботи перемішування металу газовими пухирцями, що спливають, одержана математична модель потужності перемішування рідкого металу при продувці його інертним газом у ковші. Модель враховує вплив на потужність перемішування величини заглиблення в метал струменя газу та поступове нагрівання останнього у пухирцях, що спливають.

*I. Sabirjanov, T. Sabirjanov*

**The mixing power at a blowing of metal by an inert gas in a ladle**

In the articl, at using of the Archimedean force for definition of a gas bubble work at come to the metal surface, are given the mathematical model for a mixing power of metal at it blowing by an inert gas in a ladle. The model takes into consideration the influence on a mixing power such factors as a depth of gas immersion and gradual gas heating. An example of a calculation with using of the model is regarded.

Одержано 17.01.10